

Upřesnění požadavků k ústní části státní závěrečné zkoušky oboru Teoretická fyzika

Zelené nadpisy by měly tvořit vždy jednu otázku u státní závěrečné zkoušky a měly by odpovídat tomu, co je uvedeno v Karolině platné od akademického roku 2020/2021. Pokud narazíte na nesrovnalosti, informujte Karla Houfka (karel.houfek@mff.cuni.cz).

A. Společné požadavky

1. Relativistická fyzika

Výchozí principy speciální a obecné teorie relativity

1. Newtonův zákon, pojem inerciálního systému; princip speciální relativity a tenzorový zápis fyzikálních zákonů; konečnost a invariance rychlosti světla, základní vlastnosti Lorentzových transformací; univerzalita gravitační interakce, princip ekvivalence a jeho experimentální ověřování, pojem lokálního inerciálního systému; princip obecné kovariance, tvar fyzikálních zákonů

Prostoročas, čtyřrozměrný formalismus, transformace souřadnic

časoprostorová symetrie Lorentzovy transformace a čtyřrozměrný pohled, Minkowského prostoročas, reálný čtyřrozměrný formalismus; tenzorové veličiny a invarianty, metrický tenzor, chování veličin při transformaci souřadnic; prostoročasové diagramy, světelný kužel, chování souřadnicových os při (Lorentzově) transformaci; popis zakřivených prostoročasů

Paralelní přenos a rovnice geodetiky, metrika a afinní konexe, kovariantní derivace

problém přechodu mezi tečnými prostory v různých místech prostoročasu, geometrická představa paralelního přenosu a její realizace na základě principu ekvivalence; geodetiky jako nejrovnější křivky, jako světočáry volných testovacích částic a jako extrémální spojnice, newtonovská limita rovnice geodetiky; obecný metrický tenzor, afinní konexe a Christoffelovy symboly; kovariantní a absolutní derivace

Posun frekvence v gravitačním poli

dilatace času a problém synchronizace hodin ve speciální a obecné relativitě; posun frekvence záření mezi dvěma statickými pozorovateli ve stacionárním prostoročasu, newtonovská limita vztahu, příklady a odvození z principu ekvivalence; posun frekvence mezi satelitem volně obíhajícím po kruhové dráze a statickým pozorovatelem, dilatace času v satelitní navigaci (GPS)

Křivost prostoročasu

Ricciho identity a zavedení Riemannova tenzoru, základní vlastnosti Riemannova tenzoru, úplná sada jeho symetrií a počet nezávislých složek; geometrický a fyzikální význam Riemannova tenzoru – neintegrita paralelního přenosu, rovnice geodetické deviace; Ricciho tenzor a Ricciho skalár; druhé Bianchiho identity

Tenzor energie a hybnosti, zákony zachování a pohybové rovnice

tenzor energie a hybnosti pro nabitý nekoherentní prach a pro elektromagnetické pole, význam jeho složek, zákony zachování (pro systém podrobený vnějším silám a pro systém uzavřený); dokonalá tekutina – odvození rovnice kontinuity a Eulerových rovnic ze zákonů zachování

Einsteinovy rovnice gravitačního pole

Newtonova rovnice gravitačního pole a její kritika z hlediska teorie relativity; pravá strana Einsteinových rovnic: tenzor energie a hybnosti, levá strana Einsteinových rovnic: význačnost Riemannova tenzoru, určení konstant na základě druhých Bianchiho identit, požadavku zachování tenzoru energie a hybnosti a newtonovské limity rovnic; Einsteinovy rovnice jako matematický problém, jejich nelinearita a působení zdroje „na sebe sama“, porovnání s obsahem Maxwellových rovnic; interpretace kosmologického členu

Schwarzschildovo řešení Einsteinových rovnic

Schwarzschildova metrika jako přesné sféricky symetrické řešení vakuových Einsteinových rovnic bez kosmologického členu – nástin odvození (zavedení souřadnic, metrika obecného sféricky symetrického prostoročasu, řešení Einsteinových rovnic – Birkhoffův teorém), základní vlastnosti (symetrie, asymptotická plochost, světelné kužely, horizont jako světelná nadplocha, kauzální hranice, statická mez a plocha nekonečného frekvenčního posunu, černá díra jako dynamická oblast uvnitř horizontu, centrální singularita); časupodobné a světelné geodetiky ve Schwarzschildově poli (konstanty pohybu, diskuse radiálního pohybu metodou efektivního potenciálu), kruhové geodetiky

Homogenní a izotropní kosmologické modely

základní observační zjištění o velkoškálovém vesmíru, kosmologická expanze, „big bang“ a stáří vesmíru; homogenita a izotropie geometricky, „kosmický čas“ a synchronní systém souřadnic, metriky prostorů s konstantní křivostí; „kosmická tekutina“, role látky a záření během vývoje vesmíru; Friedmannova rovnice a role jejich jednotlivých členů, diskuse možných vývojų metodou efektivního potenciálu; přepis rovnice pomocí Ω -faktorů, observační údaje a představa o relativní velikosti členů, urychlená expanze a problém tzv. temné energie

2. Kvantová fyzika

Popis stavu a pozorovatelných v kvantové teorii

Hilbertův prostor, matice hustoty, spektrální rozklad, komutující operátory, různé reprezentace, přechod k jiné bázi, příklady systémů - stavových prostorů a operátorů, popis měření

Unitární časový vývoj

Schrödingerova, Heisenbergova a Diracova reprezentace, pohybové rovnice v nich, Ehrenfestův teorém, stacionární stavy a integrály pohybu

Kvantová teorie momentu hybnosti

komutační relace, vztah k rotacím, příklady operátorů momentu hybnosti - spin a orbitální moment hybnosti

Základy teorie skládání momentu hybnosti

Clebschovy-Gordanovy koeficienty, příklady skládání pro dvě a tři částice se spinem, konstrukce spin-orbitalů, ireducibilní reprezentace grupy rotací a Wignerovy D-matice, vektorové a tenzorové operátory v kvantové mechanice, Wignerův-Eckartův teorém

Systémy několika nerozlišitelných částic

Boseho a Fermiho statistika, druhé kvantování, příklady - atom helia, několik částic v potenciálové jámě

Stacionární poruchová teorie

korekce energie do 1. a 2. řádu, korekce pro stacionární stavy, degenerované spektrum

Ritzův variační princip

princip a příklady použití, excitované stavy - Hyleraasova-Undheimova věta

Časově závislá poruchová teorie

Dysonův rozvoj, pravděpodobnost přechodu v prvním a druhém řádu, případ spojitého spektra

Částice ve sféricky symetrickém poli

radiální Schrödingerova rovnice, stacionární stavy, rozptylové stavy, fázové posunutí a diferenciální účinný průřez

Rovnice relativistické kvantové mechaniky pro částice se spinem 0, $\frac{1}{2}$ a 1

Kleinova-Gordonova rovnice pro volnou částici - řešení s kladnou a zápornou energií, rovnice kontinuity, Diracova rovnice pro volnou částici - relativistická invariance, diskrétní symetrie C, P, T, rovinné vlny a popis spinových stavů, helicity a chiralita, Weylova rovnice a její vlastnosti symetrie, Procaova rovnice pro volnou částici - dvě ekvivalentní formy rovnice, rovinné vlny, popis spinových stavů

Diracova rovnice pro částici v elektromagnetickém poli

přechod k Pauliho rovnici a spinový magnetický moment, atom vodíkového typu a jemná struktura hladin energie

Kvantování volných polí a jejich částicová interpretace

kanonické kvantování Kleinova-Gordonova pole, komutátory ve stejném čase, energie a impuls kvantovaného pole, kreační a anihilační operátory, Fockův prostor, částice a antičástice, kvantování Diracova pole a antikomutační relace, kanonické kvantování Procaova pole, kvantování elektromagnetického pole

Interakce polí: příklady interakčních lagrangiánů

interakce Yukawova typu, interakce vektorového pole s fermiony, kvantová elektrodynamika, přímá čtyřfermionová interakce, princip lokální vnitřní symetrie

S-matice a jednoduché Feynmanovy diagramy

Dysonův rozvoj pro evoluční operátor v interakční reprezentaci, S-matice a invariantní amplituda přechodu, Feynmanovy diagramy na stromové úrovni

Výpočet pravděpodobnosti rozpadu a účinného průřezu reakce

diferenciální pravděpodobnost rozpadu za jednotku času a diferenciální účinný průřez srážky dvou částic: obecné formule a jejich případná integrace pro dvoučásticový koncový stav, příklad rozptylu ve vnějším elektromagnetickém poli

3. Statistická fyzika

Statistický popis termodynamiky

mikroskopické a makroskopické stavy, statistický popis a ergodicita, termodynamická limita, termodynamická a statistická entropie, partiční suma a termodynamické potenciály ve statistickém popisu

Základní statistické soubory

mikrokanonický, kanonický a grandkanonický statistický soubor, jejich ekvivalence

Fluktuace termodynamických veličin

Gibbsova a Einsteinova metoda, podmínky stability termodynamických potenciálů

Kvantová statistická mechanika

postuláty kvantové statistické mechaniky, matice hustoty a reprezentační prostor Fermiho a Boseho systémů, stavová rovnice a klasická limita

Ideální Boseho-Einsteinův plyn hmotných částic

chemický potenciál a Boseho-Einsteinova kondenzace

Plyn nehmotných bosonů

fotony a fonony, tepelná kapacita pevných látek, záření absolutně černého tělesa

Degenerovaný elektronový plyn

Fermiho mez, Sommerfeldův rozvoj, tepelná kapacita kovů, Pauliho paramagnetismus

Základy teorie neideálních plynů

molekulární síly, van der Waalsova rovnice, grupový a viriálový rozvoj

Základy nerovnovážné statistické fyziky

časový vývoj rozdělovací funkce, hierarchické vývojové rovnice (BBGKY), binární srážky a Boltzmannova kinetická rovnice

4. Fyzika plazmatu a pevných látek

Základní pojmy teorie plazmatu

definice plazmatu, Debyeovský poloměr, plazmová frekvence, plazmový parametr

Drifty plazmatu v elektrickém a magnetickém poli, adiabatické invarianty

Kinetická teorie plazmatu, Landauův útlum

kinetická rovnice, fázový prostor, Liouvilleův teorém, Boltzmannova rovnice, Vlasovova rovnice, BBGKY, Landauův útlum, kinetická svazková nestabilita

Srážkový člen a relaxace

Coulombovské srážky, časové škály v plazmatu, entropie, H-teorém

Magnetohydrodynamický popis plazmatu

pohybové rovnice hydrodynamiky, základní magnetohydrodynamické efekty (difuze, zamrznutí siločar), lineární a nelineární vlny v plazmatu

Pevná látka jako kvantově mechanický problém mnoha částic

adiabatické přiblížení, Hellmannův-Feynmanův teorém

Harmonické přiblížení pohybu atomů

fononové disperzní pásy, polarizační vektory, Brillouinova zóna, Bornovy-Karmanovy hraniční podmínky

Difrakce na mřížce

Fermiho zlaté pravidlo, středování přes kmity mřížky, Braggův rozptyl, Debyeův-Wallerův faktor

Elektronová pásová struktura

Blochův teorém, relativistické opravy Schrödingerovy rovnice, Brillouinova zóna, Bornovy-Karmanovy hraniční podmínky

Termodynamické vlastnosti krystalů

měrné teplo fononů, měrné teplo elektronů

5. Počítačová fyzika

Reprezentace reálných čísel na počítači, zaokrouhlovací chyba

reprezentace pomocí pohyblivé řádové čárky, strojové epsilon, (relativní) zaokrouhlovací chyba, vliv zaokrouhlovací chyby na výsledek aritmetických operací

Stabilita algoritmu a podmíněnost úlohy

stabilní a nestabilní algoritmus, souvislost se zaokrouhlovací chybou, dopředná a zpětná stabilita, číslo podmíněnosti úlohy, špatně a dobře podmíněná úloha, ilustrace těchto pojmů na příkladech

Aproximace a interpolace funkcí

reprezentace spojitých veličin na počítači, aproximace funkce a chyba aproximace, polynomiální interpolace a její přesnost: Lagrangeův a Newtonův interpolační polynom, Hermiteova interpolace, kubické splajny

Numerická derivace funkcí, konečné diference

numerická derivace pomocí interpolačního polynomu, konečné diference: dopředné, zpětné a centrované, Richardsonova extrapolace, diskretizační chyba, optimální volba diskretizačního kroku vzhledem k zaokrouhlovací chybě

Numerická integrace funkcí

kvadrurní vzorce a jejich řád, Newtonovy-Cotesovy vzorce a jejich chyba, Eulerův-Maclaurinův sumační vzorec, Rombergův algoritmus, Gaussova kvadratura, souvislost s ortogonálními polynomy

Řešení nelineárních rovnic

věta o pevném bodě kontrahujícího zobrazení, iterační metody, rychlost konvergence a její zvyšování, metoda bisekce, Newtonova metoda

Řešení soustav lineárních rovnic

Gaussova eliminace, LU dekompozice a její stabilita, pivotizace, Choleského rozklad, složitost metod, tridiagonální matice

Základní metody integrace obyčejných diferenciálních rovnic

počáteční a okrajová úloha, numerické řešení počáteční úlohy: jednokrokové Rungeovy-Kuttovy metody, vícečkové lineární metody, lokální a globální diskretizační chyba, řád metody

B. Užší zaměření

Studenti si volí dva z okruhů otázek 1-7.

1. Matematické metody

Základy teorie míry

σ -algebra, borelovské množiny, vnější míra, úplná míra, Lebesgueova míra, měřitelné funkce, jednoduché funkce; znaménková míra (náboj), Hahnova dekompozice, totální variace míry

Banachovy a Hilbertovy prostory, lineární operátory a funkcionály

Banachova věta o pevném bodu; operátory a funkcionály; reprezentace lineárního funkcionálu na Hilbertově prostoru; spektrum, resolventní množina, bodové, spojitě a reziduální spektrum, spektrální poloměr, kompaktní operátory, spektrum kompaktního operátoru; duální operátory a prostory, dualita, adjungovaný operátor, samoadjungovaný operátor; báze složená z vlastních vektorů, ortonormální báze v Hilbertově prostoru složená z polynomů a rekurentní vzorec; Hilbertova-Schmidtova věta

Rovnice matematické fyziky a jejich základní vlastnosti, speciální funkce

rovnice transportu, řešení metodou charakteristik; rovnice vedení tepla, existence a jednoznačnost řešení; vlnová rovnice, nalezení elementární vlnové funkce v jedné prostorové dimenzi, d'Alembertův vzorec, vlnový kužel a konečná rychlost šíření informací; Laplaceova-Poissonova rovnice, elementární řešení, řešení na kouli, Poissonův integrál; funkce Gamma a Beta a jejich použití při výpočtech; Besselovy funkce, polynomy Legendreovy, Laguerrovy, Hermitovy; hypergeometrické řady

Definice distribuce a základní operace s distribucemi

Fourierova transformace funkcí a distribucí

Fourierova transformace pro funkce z $L^1(\mathbb{R}^n)$, $S(\mathbb{R}^n)$ – prostor rychle klesajících funkcí, $L^2(\mathbb{R}^n)$; temperované (Schwartzovy) distribuce $S'(\mathbb{R}^n)$ a jejich Fourierova transformace; věty o inverzi pro funkce z prostorů $L^1(\mathbb{R}^n)$, $S(\mathbb{R}^n)$, $L^2(\mathbb{R}^n)$, $S'(\mathbb{R}^n)$; věty o vztahu Fourierova transformace a derivace, Fourierova transformace a konvoluce, též pro distribuce; Fourierova transformace distribuce s kompaktním nosičem, speciálně Diracovy distribuce; použití distribucí pro nalezení fundamentálních řešení obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic

Diferencovatelné variety a jejich tečné prostory, vnější kalkulus

topologické a diferencovatelné variety, tečné prostory, vektorová a tenzorová pole, zobrazení variet, podvariety, indukovaná zobrazení, Lieova závorka vektorových polí, Lieova derivace, antisymetrické formy, vnější součin, vnější derivace, exaktní a uzavřené formy, integrování antisymetrických forem, Stokesova věta

Riemannova geometrie a kovariantní derivace

kovariantní derivace a paralelní přenos podél křivek, torze, křivost a jejich geometrický význam, prostor konexí, konexe asociovaná se souřadnicemi a normalizovanou bází, Riemannova a pseudo-Riemannova metrika, Levi-Civitův tenzor, Hodgeův duál, metrický objemový element, Riemannova (metrická) konexe, isometrie a Killingovy vektory, extrémální vlastnosti geodetik

Vektorové bundly

vektorové fibrované prostory, vektorová pole – řezy, kovariantní derivace na vektorových bundlech, vektorový potenciál a tenzor křivosti, elektromagnetické a kalibrační pole v řeči vektorových bundlů, kalibrační transformace a kalibrační grupa

Lieovy grupy a Lieovy algebry

Lieova grupa jako hladká varieta, levoinvariantní vektorová pole, Lieova algebra Lieovy grupy, strukturní konstanty a Killingova metrika, jednoparametrické podgrupy, exponenciální zobrazení, univerzální pokrývací grupa, akce grupy na varietě a její generátory

Základy teorie reprezentací grup

reducibilní, ireducibilní a úplněh reducibilní reprezentace, charakter reprezentace, Schurova lemmata a jejich důsledky pro konečné grupy - relace ortogonalit, počet a dimenze ireducibilních reprezentací konečných grup

Reprezentace grup $SO(3)$ a $SU(2)$

vztah reprezentací Lieovy grupy a její Lieovy algebry, reprezentace Lieovy algebry $\mathfrak{su}(2)$, reprezentace grupy $SU(2)$, jednoznačné a dvojnásobné reprezentace grupy $SO(3)$

2. Relativistická teorie gravitace

Lieova derivace, symetrie a Killingovy vektory

tok vektorového pole -- a indukovaná zobrazení tečných prostorů, pull-back a push-forward; odvození indexových výrazů pro Lieovu derivaci skalárů, vektorů a kovektorů; prostoročasové symetrie v jazyce Lieovy derivace a Killingových vektorových polí, odpovídající souřadnicové výroky; základní vlastnosti Killingových vektorů a důsledky jejich existence (konstanty geodetického pohybu)

Riemannův a Weylův tenzor křivosti, geodetická deviace

Ricciho identity a Riemannův tenzor, plně kovariantní verze tenzoru, matematické vlastnosti a počet nezávislých složek, geometrická interpretace Riemanna (neintegrabilita paralelního přenosu), fyzikální interpretace Riemanna (otázka geodetické deviace); druhé Bianchiho identity; Ricciho tenzor a skalár; Weylův tenzor a jeho význam, počet nezávislých složek

Algebraická klasifikace prostoročasů

nulová tetráda a její Lorentzovy transformace; Weylův tenzor, jeho tetřádové komponenty a jejich chování při Lorentzových transformacích; privilegované nulové směry, jejich násobnost a odpovídající algebraické typy; významné algebraicky speciální prostoročasy a jejich interpretace (typy D a N)

Časupodobné a světelné kongruence

kinematika časupodobných a světelných kongruencí — expanze, vířivost a shear kongruence, odpovídající skaláry; vztah mezi vývojem těchto vlastností podél kongruence a geometrií prostoročasu; Frobeniův teorém, nadplochově ortogonální vektorová pole

Prostory konstantní křivosti (Minkowski, de Sitter, anti-de Sitter)

maximálně symetrické vakuové prostoročasy a konformní plochost; křivost daná výhradně kosmologickou konstantou; přirozené globální souřadnice Minkowského, de Sitterova a anti-de Sitterova prostoročasu; jejich Penroseovy diagramy, akcelerační resp. kosmologický horizont v Minkowském resp. de Sitterovi; de Sitter jako kontrahující a pak expandující 3-sféra; uzavřené časové smyčky v anti-de Sitterovi versus jeho covering space

Přesná řešení Einsteinových rovnic popisující stacionární černé díry, zákony dynamiky

Schwarzschildovo, Reissnerovo-Nordströmovo, Kerrovo a Kerrovo-Newmanovo řešení Einsteinových rovnic, jejich vlastnosti a analytické rozšíření; jejich prostorová a prostoročasová struktura; otázka inerciálního draggingu v okolí rotujících zdrojů; teorémy o jednoznačnosti stacionárních černých děr, zákony jejich dynamiky (ilustrace na Kerrově-Newmanově řešení) a otázka extrakce energie z černých děr

Linearizovaná teorie gravitace a rovinné gravitační vlny

pojem slabého pole a odvození linearizované teorie gravitace, linearizované Einsteinovy rovnice a Lorenzova kalibrační podmínka; rovinná harmonická vlna jako řešení linearizovaných polních rovnic, otázka čistě souřadnicových vln a fixování zbývajících kalibračních volností (TT kalibrace), rozklad řešení do dvou polarizačních módů; chování testovacích částic při průchodu vlny

Přesné prostoročasy s gravitačními vlnami

přesná gravitační vlna typu N jako transversální efekt geodetické deviace zakódovaný v Ψ_4 ; třída pp-vln v plochém prostoru, Brinkmannův a Rosenův tvar rovinných vln; Kundtova třída neexpandujících gravitačních vln; Robinsonova-Trautmanova třída expandujících gravitačních vln; sendvičové a impulzní gravitační vlny s libovolnou kosmologickou konstantou

Lagrangeovský formalismus v obecné relativitě, zákony zachování

variační odvození Einsteinových rovnic, Hilbertova akce, lagrangián pro geometrickou a zdrojovou stranu Einsteinových rovnic, otázka povrchového členu; zavedení tenzoru energie a hybnosti, invariance vůči diffeomorfismům a zákony zachování; "odvození" Levi-Civitovy konexe na základě nezávislé variace podle metriky a podle jejích derivací; souvislost zákonů zachování s charakterem grupy symetrií (Lieovy grupy, nekonečně-rozměrné pseudogrupy kalibračních transformací)

3+1 rozštěpení prostoročasu, počáteční problém a Hamiltonovský formalismus v obecné relativitě

3+1 rozštěpení prostoročasu — metrika prostorupodobných nadploch, lapse a shift; kovariantní derivace na nadploše, tenzor vnější křivosti; projekce Riemannova tenzoru: Gaussovy-Codazziho rovnice, rozklad Ricciho tenzoru a skalární křivosti; 3+1 formulace Einsteinových rovnic, vazby a vývojové rovnice; hamiltonovská formulace teorie pole (ilustrace na skalárním a EM poli), hamiltonovská formulace Einsteinových rovnic — vazby a vývojové rovnice (vývojové rovnice bez odvození), otázka povrchových členů a integrální veličiny (ADM hmotnost)

3. Teoretická astrofyzika a kosmologie

Klasická a relativistická teorie hvězdné stavby, radiální oscilace a stabilita

separace sil krátkého a dlouhého dosahu, $16+3B$ veličin pro popis statické a sféricky symetrické hvězdy s B druhy baryonů, parametrizace metriky; Einsteinovy rovnice — rovnice pro hmotnost a rovnice pro gravitační potenciál, jejich interpretace; TOV rovnice, její diskuse a integrace pro uniformní hustotu; variační odvození TOV rovnice; rovnice tepelné rovnováhy, rovnice přenosu energie (prouděním, zářením); dynamický problém konvekční stability — radiální adiabatické oscilace, odvození rovnic pro počáteční hodnoty a dynamických rovnic, Sturmův-Liouvilleův problém určení oscilačních módů (myšlenka variačního řešení)

Hvězdný vývoj a jeho závěrečné etapy, gravitační kolaps, supernovy, černé díry

typické parametry hvězd, počet baryonů, neutronů a elektronů (Y-faktory) a jejich vývoj během života hvězd; obecná strategie řešení soustavy rovnic pro rovnováhu hvězd a výsledný (poloměr-hmotnost) graf rovnováh, stabilní větve bílých trpaslíků a neutronových hvězd, typické hustoty energetické škály a pojem chladné katalyzované látky; Chandrasekharova mez; Oppenheimerův-Snyderův přesný sféricky symetrický gravitační kolaps, navázání vnitřního a vnějšího řešení; zdroje energie výbuchu supernov

Stavové rovnice pro degenerovaný plyn, bílí trpaslíci, neutronové hvězdy

degenerovaný plyn, Fermiho hybnost a Fermiho energie, otázka ideálnosti plynu; tlakový integrál, jeho vyhodnocení pro degenerovaný plyn; stavové rovnice degenerovaného ideálního plynu v nerelativistické a ultra-relativistické limitě; hrubé odvození Chandrasekharovy meze, její fundamentální význam; fenomenologie vysokých hustot: neutronizace (inverzní beta rozpad), neutronový “drip”, rozpad nukleonů a kvarková-gluonová fáze

Nerelativistické zářivé procesy v astrofyzice

elektromagnetické pole a záření nerelativistických částic; dipólová aproximace, multipólový rozvoj záření; Thomsonův rozptyl; brzdná síla; záření harmonicky vázané částice a rozptyl na ní

Relativistické zářivé procesy v astrofyzice

elektromagnetické pole a záření relativistických částic; transformace výkonu a specifické intenzity; synchrotronové záření; brzdné záření; Comptonův a inverzní Comptonův rozptyl

Homogenní a izotropní kosmologické modely

kosmologický princip; Friedmannova-Lemaîtreova-Robertsonova-Walkerova metrika; kinematika FLRW metriky; geodetiky, kosmologický redshift, kosmologické horizonty; hmota a záření a jejich kosmologický vývoj; Friedmannovy rovnice; přehled modelů vývoje vesmíru

Kosmologické vzdálenosti, šíření světla, gravitační čočkování

vzdálenost vlastní a souřadnicová, vzdálenosti určené na základě poklesu luminozity a poklesu úhlového průměru; vzhled kosmologicky vzdálených objektů; gravitační čočkování, čočková rovnice; jednoduchá bodová čočka, vlastnosti obrazů, Einsteinův poloměr; slabé čočkování spojitě rozloženou hmotou

Raný vesmír a jeho tepelná historie

tepelná a chemická rovnováha, Boltzmannovy transportní rovnice a jejich řešení; vymrzání interakcí, oddělení částic z tepelné lázně; horké a chladné relikty a jejich zbytkové hustoty, temná hmota z pohledu částicové fyziky, WIMPy; tepelná historie vesmíru, vývoj plazmatu během „prvních tří minut“, elektroslabé a QCD fázové přechody, oddělení neutrin, anihilace pozitronů; prvotní syntéza jader, role deuteria, vývoj poměrného zastoupení neutronů a protonů, deuteria a 4He , baryonů a fotonů, problém baryonového čísla; poslední rozptyl fotonů reliktního záření, rekombinace, Sahova rovnice

Vývoj kosmického plazmatu v lineární perturbanční teorii

kosmické plazma po nukleosyntéze – složky a jejich interakce; lineární perturbanční teorie se skalárními perturbacemi na FLRW pozadí; struktura perturbovaných Boltzmannových rovnic pro fotony, chladnou temnou hmotu a baryony; vývoj teploty a teplotních fluktuací záření; vývoj hustot, hustotních fluktuací a rychlostí temné hmoty a baryonů

Vývoj hustotních perturbací, vznik struktur

perturbanční popis hustotních fluktuací; lineární kolaps a Jeansovo kritérium; kosmologický vývoj a spektrum hustotních fluktuací; nelineární kolaps a vznik struktur; výsledky kosmologických simulací vývoje struktur

Reliktní záření a jeho anizotropie

reliktní záření a jeho historie, význam rekombinace; multipólový rozklad teplotních anizotropií; vývoj na velkých škálách, vývoj monopólu před rekombinací, Sachsův-Wolfeův efekt; vývoj na menších škálách, pevná vazba mezi baryony a fotony, akustické oscilace, zvukový horizont, tlumení na malých škálách; spojitost mezi prostorovou strukturou fluktuací v době rekombinace a pozorovanými anizotropiemi; struktura pozorovaného spektra anizotropií, integrovaný Sachsův-Wolfeův efekt, akustické píky, Silkovo tlumení

4. Pokročilá kvantová mechanika

Základy kvantové teorie rozptylu částice na vnějším potenciálu

časově závislá formulace jedнокanálové teorie rozptylu: Møllerovy operátory, zákony zachování, S-matice a diferenciální účinný průřez; časově nezávislá formulace, Greenovy funkce, stacionární rozptylové stavy, Lippmannova-Schwingerova rovnice a souvislost s řešením Schrödingerovy rovnice; T-matice

Rozptyl na sféricky symetrickém potenciálu a analytické vlastnosti rozptylových veličin

rozklad rozptylových veličin do parciálních vln, radiální Schrödingerova a Lippmannova-Schwingerova rovnice, vlastní fáze; Jostova funkce, póly S-matice, Levinsonův teorém, virtuální stavy, rezonance; nízko-energetické přiblížení, rozptylová délka

Základy mnohokanálové teorie rozptylu

Kanály a kanálové prostory; Møllerovy operátory a S-matice; časově nezávislá formulace, Lippmannova-Schwingerova rovnice a T-matice; chování rozptylových veličin v okolí prahů, Wignerovy cuspy; diferenciální účinné průřezy

Přibližné metody pro vícečásticové systémy

základní principy metod, Hartreeho-Fokova aproximace, elektronová korelace, metoda konfigurační interakce (CI), metoda vázaných klastrů (coupled clusters) a teorie hustotního funkcionálu (DFT)

Struktura atomů a molekul

elektronové stavy atomů a molekul a jejich klasifikace; vibrační stavy molekul; Wignerovy d-matice jako stacionární stavy pro symetrický setrvačnick, rotace molekul

Přibližné metody teorie rozptylu a jejich aplikace

Bornova řada; variační principy v kvantové teorii rozptylu; metoda R-matice; rozptyl elektronů na atomech a molekulách ve „static-exchange“ aproximaci; vibrační a rotační excitace molekuly srážkou

Dekoherence a efektivní redukce

redukce (kolaps) kvantového stavu, skládání systémů, restrikce na podsystém, průměrování přes okolí, efektivní redukce - ekvivalence redukce a restrikce, entropie smíšených stavů

Kvantová mechanika a teorie skrytých proměnných

EPR systém, provázané stavy, lokalita kvantových měření a "nelokalita" korelací, Bellovy nerovnosti, neekvivalence kvantové mechaniky a lokálních teorií skrytých proměnných

Feynmanovská formulace kvantové mechaniky

kvantové historie, kvantová nerozlišitelnost, amplitudy a pravděpodobnosti, pravidla pro amplitudy, dráhový integrál pro nerelativistickou částici, volná Greenova funkce, zahrnutí interakce, ekvivalence rozvoje amplitudy v počtu interakcí a perturbativního řešení Schrödingerovy rovnice, WKB aproximace a klasická limita

Interpretace kvantové mechaniky

kolaps kvantového stavu a unitární vývoj, ontologická povaha kolapsu, realita neměřených veličin, zpožděná měření, kolaps v relativistické teorii, mnohosvětová interpretace, teorie skrytých proměnných, feynmanovská formulace, dekoherence

5. Kvantová teorie pole

Propagátor kvantovaného pole

definice a výpočet propagátoru jako chronologické kontrakce, příklady skalárního, Diracova a Proca pole, elektromagnetické pole ve fyzikální nekovariantní kalibraci, propagátor jako Greenova funkce

Kovariantní kvantování elektromagnetického pole

Guptova-Bleulerova metoda, propagátor v obecné kovariantní kalibraci, kalibrační nezávislost amplitudy rozptylu na úrovni stromových diagramů

Systematika Dysonova rozvoje S -matice v interakční reprezentaci

Wickovy teoremy, normální tvar operátoru S -matice – rozvoj do normálních součinů polních operátorů, normální uspořádání v interakci v kvantové elektrodynamice

Procesy 2. řádu v kvantové elektrodynamice

Comptonův rozptyl, elastický rozptyl elektronů a pozitronů, produkce mionového páru v elektron-pozitronové anihilaci, dvoufotonová anihilace elektron-pozitronového páru

Diagramy s uzavřenou smyčkou vnitřních linií: ultrafialové divergence a jejich regularizace

dimenzionální regularizace, Pauliho-Villarsova metoda

Index divergence jednočásticově ireducibilního diagramu

odvození výrazu pro index divergence 1PI grafu v modelu teorie pole s interakcí polynomiálního typu, vztah k dimenzi interakčního lagrangiánu, specifika modelů s hmotným vektorovým polem

Techniky praktického výpočtu jednosmyčkových Feynmanových diagramů

Feynmanova parametrizace, symetrická integrace, základní integrální formule pro dimenzionální regularizaci

Příklady spočitatelných diagramů bez ultrafialových divergencí

foton-fotonový rozptyl a relevantní efektivní lagrangián v limitě nízkých energií, anomální magnetický moment elektronu – Schwingerova korekce

Základní techniky renormalizace

identifikace ultrafialově divergentních částí jednosmyčkových grafů, holé a renormalizované veličiny, kontrčleny

Typy renormalizačních kontrčlenů v kvantové elektrodynamice

polarizace vakua, vlastní energie elektronu a korekce k vertexu, renormalizační konstanty Z_1 , Z_2 a Z_3 , Wardova identita, “on-shell” renormalizační schéma

6. Pokročilá statistická fyzika

Fázové přechody

klasifikace fázových přechodů, fázová koexistence, spontánní narušení symetrie, parametr uspořádání, Isingův a Heisenbergův mřížkový model, Landauova teorie středního pole

Kritické jevy a univerzalita

škálovací hypotéza, kritické exponenty a vztahy mezi nimi, Landauův-Ginzburgův-Wilsonův model, teorie renormalizační grupy, třídy univerzality

Komplexní systémy

samoorganizované kritické jevy, spinová skla, náhodné grafy, metoda replik

Diagramatické metody pro mnohočásticové kvantové systémy

časové a teplotní Greenovy funkce, Matsubarův formalismus, teorém souvislých klastrů, Schwingerova-Dysonova rovnice, analytické vlastnosti Greenových funkcí

Systémy interagujících fermionů

kvazičástice a jejich vlastnosti, Landauova rozptylová funkce, teorie Fermiho kapaliny

Teorie supravodivosti

Cooperova nestabilita, BCS teorie, Nambuův formalismus, termodynamické a spektrální vlastnosti supravodičů

Teorie lineární odezvy

Kubova rovnice, flukтуаčně disipační teorém, Kramersovy-Krönigovy relace, Onsagerovy relace reciprocity

Mnohočásticové kvantové systémy mimo rovnováhu

poruchový rozvoj na komplexní časové křivce, pohybová rovnice pro korelační funkci, Keldyšův-Schwingerův a Kadanoffův-Baymův formalismus

Kinetické rovnice

redukované hustoty a Wignerova distribuční funkce, BBGKY hierarchie kinetických rovnic, Vlasovova-Landauova aproximace středního pole, Boltzmannova rovnice, H-teorém

Stochastické procesy

časové korelační funkce, markovovská aproximace, detailní rovnováha, Pauliho řídicí rovnice, Brownův pohyb a difúze, Langevinova rovnice, Fokkerova-Planckova rovnice

7. Teorie plazmatu a záření

Vysokoteplotní a termonukleární plazma

definice, odvození Debyeovské délky, plazmové frekvence, polarizační drift

Magnetohydrodynamická rovnováha

MHD model pro rovnováhu, výpočet radiální rovnováhy tlaku a rovnováhy toroidálních sil pro základní konfigurace plazmatu (z-pinch, theta-pinch, screw pinch), zavedení rotační transformace

Magnetohydrodynamická stabilita

koncept zamrznutí magnetických siločar do plazmatu, klasifikace MHD nestabilit, výpočet smyčkové, výměnné a „ballooning“ nestability, koncept lineární stability, rekonexe, svazková nestabilita

Principy udržení plazmatu

inerciální udržení, magnetické udržení (Tokamak, Stellarator, Reversed field pinch, Spheromak), magnetické struktury v atmosférách hvězd

Transport v plazmatu

klasický a neoklasický transport částic, transportní bariéra, „bootstrap“ proud

Zářivé procesy

záření pohybujícího se náboje, brzdné záření, synchrotronové záření, plazmový mechanismus záření, Comptonův rozptyl, rozptyl na vázaných částicích

Zářivá (magneto)hydrodynamika

limita geometrické optiky, kinetická formulace přenosu záření – rovnice přenosu, tlak záření, hvězdný vítr a akrece, rázové vlny, průchod záření plazmatem (disperze, Faradayova rotace)

Obecně-relativistická kinetická teorie

fázový prostor, Liouvilleův teorém, rovnice pohybu nabitých částic a elektromagnetického pole, rovnice pohybu kontinua, průchod záření gravitačním polem (gravitační čočky, reliktní záření)

Numerické modelování plazmatu

částicové modely, metody sítí, numerické nestability

8. Počítačová fyzika

Faktorizace matic a jejich využití v numerické lineární algebře.

LU dekompozice a její stabilita, QR rozklad a singulární rozklad matice a jejich využití při řešení přeuredných soustav a špatně podmíněných úloh, využití QR rozkladu při hledání vlastních čísel matice

Iterační metody numerické lineární algebry

lineární iterační metody: Jacobiho metoda, Gaussova-Seidelova metoda, superrelaxační metoda, jejich konvergence; multigridová metoda; metoda sdružených gradientů, předpodmínění; Jacobiho metoda hledání vlastních čísel reálných symetrických a hermitovských matic

Integrace obyčejných diferenciálních rovnic

stabilita a konvergence jednokrokových metod a více-krokových lineárních metod, Dahlquistův teorém, absolutní stabilita a oblast absolutní stability, stabilita systému obyčejných diferenciálních rovnic, systémy se silným tlumením, A-stabilita

Metoda konečných diferencí pro parciální diferenciální rovnice

odvození a chyba vzorců konečných diferencí, obecné s-krokové schéma pro lineární PDR, příklady schémat pro základní parabolické a hyperbolické PDR; řád metody a konzistence, konvergence a stabilita, Laxova věta; CFL podmínka, von Neumannova analýza stability

Metoda konečných prvků pro okrajové úlohy

slabá a variační formulace problémů popsaných eliptickými PDR, Ritzova a Galerkinova metoda: diskretizace pomocí vhodné kompaktní báze, odhad chyby metody konečných prvků; ilustrace na konkrétním problému

Diskrétní Fourierova transformace a její využití

základní vlastnosti diskrétní Fourierovy transformace, Nyquistova kritická frekvence, aliasing; rychlá Fourierova transformace; využití pro výpočet konvoluce a řešení diferenciálních rovnic

Základy metody Monte Carlo.

centrální limitní věta, odhad chyby metody Monte Carlo, využití pro integraci, generování náhodných proměnných s danou rozdělovací funkcí: Metropolisův-Hastingsův algoritmus

Základy metody molekulární dynamiky

pohybové rovnice klasického mnohočásticového systému a jejich numerická integrace: Verletova metoda, Gearovy integrátory; srovnání metod pomocí integrálů pohybu, výpočet středních hodnot makroskopických veličin

Základy kvantových simulací

kvantová Monte Carlo metoda a výpočet základního stavu systému pomocí variačního principu, simulace při konečné teplotě, numerické simulace z prvních principů